

# 水位流量关系曲线的理论求解研究

门玉丽<sup>1</sup>, 夏军<sup>1,2</sup>, 叶爱中<sup>3</sup>

(1.武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室,湖北 武汉 430072;

2.中国科学院地理科学与资源研究所陆地水循环及地表过程重点实验室,北京 100101;

3. 北京师范大学地理学与遥感科学学院,北京 100875)

**摘要:**水位流量关系是水文资料整编的关键,其精度与合理性直接影响着水文资料整编的可靠性。但现有的水位流量关系曲线多为经验或半经验的关系,精度不高,而且受个人的经验和水平影响,使得结果往往因人而异。本文在前人研究的基础上,通过理论的推导,给出了合理的水位流量关系曲线的理论公式。通过黄河小浪底、花园口站的实测资料验证,结果合理,应用简单。

**关键词:**水位流量关系;运动波;扩散波;小浪底;花园口

中图分类号:P332 文献标识码:A 文章编号:1000-0852(2009)01-0001-03

由于实际河道观测中直接观测流量非常困难,并且观测成本高。所以通常只观测水位,流量则由水位推算。这就需要给出精确的水位流量关系。在水位流量关系的确定方面,已有大量的研究,提出了校正因素法、等落差法、三次幂函数法等多种计算方法。如:李正最(2000, 2001)<sup>[1,2]</sup>对校正因素法提出了落差指数的直接解算方法。其特点是通过恒定状态下的流量取对数,然后用泰勒级数展开直接求解。显然,这里的求解是需要大量实测数据统计计算,是一半经验方法。权春吉(2006)<sup>[3]</sup>通过建立水位流量关系的多次回归曲线进行拟合,是一经验的方法。李志敏(1995)<sup>[4]</sup>提出用校正因素法求解稳定水位流量关系的简捷方法。该法通过查图或实测涨落流量来确定恒定流量。周下平(2005)<sup>[5]</sup>提出了将多种水位流量关系计算方法的结果进行加权得到最终的流量。是一种对以前多种方法的缺点进行弥补的尝试。以上这些方法确定的经验公式还有一个缺点是只能单向的由水位推求流量,而不能同时由流量推求水位。

综合以前的研究成果,可以发现水位流量关系推求可以分为三个阶段。最早期的直接点图-查图;中期发展到用多次曲线拟合;随着观测资料与计算机技术

的发展,开始简化求解圣维南方程组来定该曲线。

本文在前人的研究基础上,提出新的确定水位流量关系曲线的方法。采用了运动波方程求解恒定状态下的流量,采用扩散波方程来求解水位流量关系曲线。该法完全从理论上推导而来,理论合理。减少了以前方法的经验带来的误差。并推出了水位流量关系双向转换的公式,弥补了以前部分方法的不足。

## 1 基本理论推导

河道水流运动严格的讲,其水力要素是时空同时变化的水流运动,即三维非恒定流。可是三维非恒定的问题在数学求解及其基本方程的理论假设上还有很多问题,在实际计算中常常将问题简化为二维、一维非恒定流问题进行求解<sup>[6]</sup>。在没有足够的观测资料时,推求水位流量关系用一维水流运动的圣维南方程组即可:

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 & \text{连续方程} \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Qv) + gA \frac{\partial h}{\partial x} - gAS_0 + gAS_f = 0 & \text{动量方程} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $A$ 为断面面积( $m^2$ ); $t$ 为时间( $s$ ); $Q$ 为流量( $m^3/s$ ); $x$ 为流程( $m$ ); $h$ 为断面平均水深( $m$ ); $v$ 为断面平均流

收稿日期:2008-02-05

基金项目:中国科学院知识创新工程重要方向项目(Kzcx2-yw-126):跨流域调水对陆地水循环影响与水安全研究

作者简介:门玉丽(1984-),女,山东无棣人,硕士研究生,研究方向为系统水文学。

速 (m/s);  $S_0$  为河道比降;  $S_f$  为摩阻比降;  $g$  为重力加速度;  $\frac{\partial h}{\partial x}$  为附加比降。

棱柱型河道中的流动可视为一维流动。对于无旁侧入流的情况下的一维恒定均匀流, 动量方程的前三项均为 0, 此时动量方程变为运动波方程:  $S_0=S_f$ , 流速  $v$  (m/s) 可采用谢才公式和曼宁公式计算, 如下:

$$v=C\sqrt{Ri}=\frac{1}{n}\cdot R^{\frac{2}{3}}\cdot S_0^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

断面流量公式为:

$$Q_0=Av=AC\sqrt{RS_0}=K\sqrt{S_0} \quad (3)$$

式中:  $C$  为谢才系数;  $R$  为河槽断面的水力半径;  $n$  为曼宁糙率系数;  $Q_0$  表示稳定流状态 (恒定均匀流状态) 下的流量 ( $m^3/s$ );  $K$  为流量模数,  $K=AC\sqrt{R}$ 。

对于宽浅型河槽,  $R\approx h$ , 所以对于宽浅型棱柱河道中的恒定均匀流, 流速公式为:

$$v=\frac{1}{n}\cdot h^{\frac{2}{3}}\cdot S_0^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

对于河道水流, 断面平均宽度是随水深变化的, 即随着流量的增大, 断面面积增大, 水深增大, 断面平均宽度增大, 故假设断面平均宽度与平均水深成线性关系, 即:

$$w=ah \quad (5)$$

式中:  $h$  为断面平均水深 (m);  $a$  为河道宽深比, 由河道属性决定;  $w$  为断面平均宽度 (m)。

则:

$$A=h\cdot w=a\cdot h^2 \quad (6)$$

则断面流量  $Q$  为:

$$Q_0=A\cdot v=A\cdot\frac{1}{n}\cdot h^{\frac{2}{3}}\cdot S_0^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{n}\cdot a\cdot h^{\frac{8}{3}}\cdot S_0^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

式中:  $Q_0$  为恒定状态下的流量。

而对于洪水而言, 河道内的水流是一维非恒定流, 水位流量关系呈逆时针方向的绳套曲线关系, 如图 1 所示。

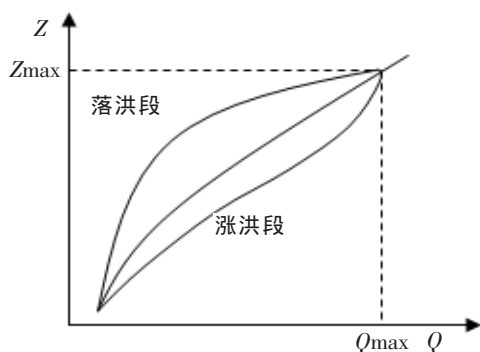


图 1 水位流量关系绳套曲线示意图

所以在动量方程中只省略前两项, 即得到扩散波方程:

$$\frac{\partial h}{\partial x}-S_0+S_f=0 \quad (8)$$

其中摩阻坡度近似地按照恒定均匀流的摩阻坡度公式计算, 即令:

$$S_f=\left(\frac{Q}{K}\right)^2 \quad (9)$$

由式(8), (9)联立可得:

$$Q=K\sqrt{S_0-\frac{\partial h}{\partial x}}=KS_0\sqrt{1-\frac{1}{S_0}\frac{\partial h}{\partial x}} \quad (10)$$

将式(3)  $Q_0=K\sqrt{S_0}$  代入式(10)可得:

$$Q=Q_0\sqrt{1-\frac{1}{S_0}\frac{\partial h}{\partial x}} \quad (11)$$

将式(7)代入式(11)可得:

$$Q=\frac{1}{n}\cdot a\cdot h^{\frac{8}{3}}\cdot S_0^{\frac{1}{2}}\sqrt{1-\frac{1}{S_0}\frac{\partial h}{\partial x}}=\frac{1}{n}\cdot a\cdot h^{\frac{8}{3}}\cdot\sqrt{S_0-\frac{\partial h}{\partial x}} \quad (12)$$

则:

$$h=\left[\frac{nQ}{a}\cdot\left(S_0-\frac{\partial h}{\partial x}\right)^{-0.5}\right]^{\frac{3}{8}} \quad (13)$$

可得河道水面高程为:

$$H=H_0+H=H_0+\left[\frac{nQ}{a}\cdot\left(S_0-\frac{\partial h}{\partial x}\right)^{-0.5}\right]^{\frac{3}{8}} \quad (14)$$

式中:  $H_0$  为河底高程 (m)。

以上所得到式(12)、(14)即是我们所需要的水位流量关系曲线理论函数。其中河底高程  $H_0$ 、曼宁糙率系数  $n$  以及河床坡度  $S_0$  可以由实际河道实测资料得到。如果没有实测值, 也可以用实测的水位流量进行拟合。

附加比降项  $\frac{\partial h}{\partial x}$ , 理论上对于不同大小的洪水是不同的, 即在洪水的不同涨落阶段是不同。可由各相邻断面的水位差分形式代替。具体做法是在测量断面上下游再分别设一个水尺, 水尺的位置与测量断面的距离均为  $\Delta x$ , 则, 附加比降  $\frac{\partial h}{\partial x}$  可以用差分的形式表示为:

$$\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{y_2-y_1}{2\Delta x} \quad (15)$$

式中:  $y_1$  为上游断面的水深;  $y_2$  为下游断面水深。

当  $y_1$  和  $y_2$  的值均小于测量断面的水深时, 说明洪峰位于上下两个水尺之间, 测量断面的附近。这时, 可

近似认为洪峰位置在测量断面处,因而取 $\frac{\partial h}{\partial x}=0$ 。

如果没有实测附加比降,也可将其作为一个参数(即假设为一常量),在涨洪时 $\frac{\partial h}{\partial x}<0$ ,落洪时 $\frac{\partial h}{\partial x}>0$ ,同样通过拟合可以得到。

### 2 实例验证

小浪底、花园口水文站位于黄河下游,河道是典型的宽浅型平原河道,多年水位流量关系枯水期呈稳定的单值关系,洪水期受洪水涨落影响呈逆时针绳套曲线关系。

本文选用小浪底 1992~1997 年、花园口 1991~1997 年实际观测水位流量,用公式(12)、(14)进行拟合。公式中的各参数取值如表 1:

表1 水位流量关系参数表

| 站名  | n    | a   | $S_0$ | $H_0$ | 涨洪 $\frac{\partial h}{\partial x}$ | 落洪 $\frac{\partial h}{\partial x}$ |
|-----|------|-----|-------|-------|------------------------------------|------------------------------------|
| 小浪底 | 0.06 | 100 | 0.008 | 132   | 0.003                              | -0.003                             |
| 花园口 | 0.06 | 200 | 0.018 | 91    | 0.012                              | -0.012                             |

附加比降,理论上对于不同的洪水大小是不同的,其计算方法上面已经提到。这里,由于缺少实测资料,而将其视为一个参数,表示洪水附加比降的一个多年平均值,其取值通过配线法得到。

图 2、图 3 为利用上述方法计算得到的两站的水位流量关系曲线图。

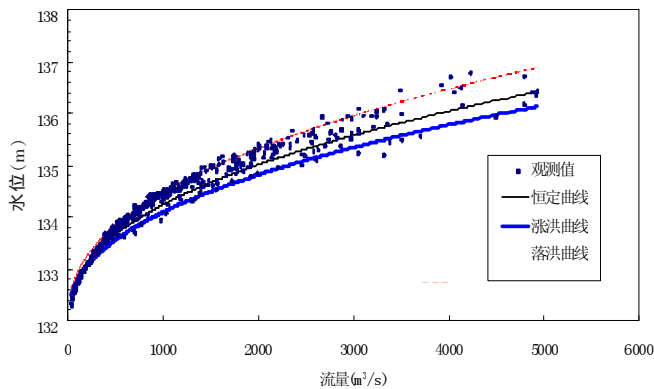


图 2 小浪底水位流量关系曲线图

由图 2、图 3 可知,通过理论推导的公式(12)、(14)能够很好的拟合实测的水位流量关系。又由于该公式给出的参数都具有物理意义,能够通过实测或者参考以前的观测获得。或者根据各个参数的物理意义确定

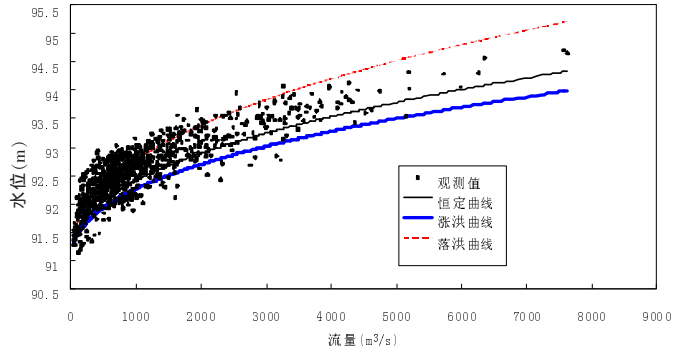


图 3 花园口水位流量关系曲线图

一定的参数值范围。然后根据实测的水位流量值进行配线拟合,也能够很容易的获得参数的值。另外,本文给出的理论公式,不仅在水位流量相互转换上非常简单,同时对大洪水的延长也更加的合理。尤其在河道发生冲刷、沉淀等变形时,只需根据物理机制调整参数即可。如河道有淤积,根据淤积的厚度,增加河底高程  $H_0$  的值即可。

### 3 小结

水位流量关系曲线的确定是一个水文学的老问题。通过能够简单观测到的水位去推求流量,或通过预报的洪水流量来推求水位,从而达到预报洪水水位的目的。本文在前人的研究基础之上,结合了圣维南方程组的两种简化方程:运动波方程与扩散波方程,通过理论的推导,给出了具有物理机制的水位-流量相互转换的方程。该方程具有参数容易确定,理论合理,拟合精度高的优点。需要注意的是河道随着时间变化并不是稳定不变的,而是处在不断的冲刷、沉淀动态过程中,所以该方程的参数应该是动态变化的。随着时间的变化,模型的参数应该根据河道的变化做适当的调整。

#### 参考文献:

- [1] 李正最. 水位流量关系中落差指数法的直接解算方法[J]. 水电站设计, 2001, (9): 6-8.
- [2] 巢中根,李正最.水位流量关系分析中落差指数的直接解算[J]. 水文,2000,(3): 18-20.
- [3] 权春吉. 水位~流量关系拟合曲线的绘制 [J]. 水利水文自动化, 2006, (4): 48-50.
- [4] 李志敏. 用校正因素法求解稳定水位流量关系的简捷方法[J]. 人民珠江,1995,(4): 19-21.
- [5] 周下平. 多方案加权模型在拟合复杂水位流量关系中的理论分析及实践探讨[J]. 水文,2007,(1): 66-68.
- [6] 王船海,李光焯. 实用河网水流计算[M]. 河海大学水资源水文系, 2003.3.9.

(下转第 62 页)

层、深层地下水在城镇及工矿业集中区域,已形成超采漏斗。至2006年底,主要城市和主要工矿区的超采漏斗面积已达6961km<sup>2</sup>。超采面积中,一般超采区面积2761km<sup>2</sup>,严重超采漏斗面积4200km<sup>2</sup>。

地下水过度开采造成地面沉降、地裂和塌陷等一系列环境地质问题。阜阳市、宿州市、淮北市和濉溪县城区发生区域性地面沉降。阜阳市由于过量开采地下水,地下水位以1.5~2.0m/a的速度逐年下降,同时还导致了地面沉降,形成了1440km<sup>2</sup>面积的漏斗,漏斗中心地区静水位埋深25~65m,地面沉降使阜阳城区近15%的深井错位剪断而报废,颍河大堤下沉,防洪标准降低,城区附近阜阳节制闸被拉裂损坏,颍河闸闸墩多处被拉裂。宿州市城区与东部朱仙庄煤矿水源形成连通的水位降落漏斗,现已形成378km<sup>2</sup>的地面沉降漏斗,漏斗中心累计沉降量超过50mm,沉降速度超过5mm/a。淮北市区局部地段产生地裂缝、垂直落水洞,危及建筑物安全。界首、亳州、砀山、萧县等城区虽未发现明显的地面沉降,但随着目前中深层、深层地下水位的逐年下降,超采地下水的状况若得不到有效控制,机井深度和密度持续增长,将可能孕育严重的环境地质问题。

### Study of Groundwater Resources Utilization and Evolution in Huaibei Region of Anhui Province

JI Hong<sup>1,2</sup>, WANG Zhen-long<sup>3</sup>, LI Rui<sup>3</sup>

(1.Hohai University Nanjing 210098, 2.Huai River Conservancy, Bengbu 233000,

3.Water Resources Research Institute of Anhui Province, Bengbu 233000, China)

**Abstract:** Based on analysis of the characteristics of groundwater utilization and the factors leading to water resources evolution, a quantitative and qualitative method was proposed to analyze the law of groundwater resources evolution under the effect of climate changing and human activities, which provide can scientific basis not only for estimation of water demanded, water supplying and water allocation, but also for sustainable utilization of water resources and sustainable development of society.

**Key words:** groundwater resources; utilization; evolution of water resources; Huaibei Region of Anhui Province

(上接第3页)

### Theoretical Equation of Stage-Discharge Relation Curve

MEN Yu-li<sup>1</sup>, XIA Jun<sup>1,2</sup>, YE Ai-zhong<sup>3</sup>

(1.State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University,

Wuhan 430072, China; 2. Institute of Geographic Sciences and Natural Resources, CAS, Beijing 100101, China;

3. School of Geography, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

**Abstract:** It is very important to get a correct stage-discharge relation curve, because it would decide the reliability of data, such as calculation discharge. But the curve mostly is gotten by experience or half experience. The precision of simulation data is not excellent. This paper gave a theoretical equation of stage-discharge relation curve based on former research. The case studies were made at the Xiaolangdi Hydrometric Station and Huayuankou Hydrometric Station in the Yellow River Basin. The examples of application indicate that this equation is simple and practical.

**Key words:** stage-discharge relation; kinematical wave; diffusive wave; Xiaolangdi Hydrometric Station; Huayuankou Hydrometric Station

## 5 结语

水资源的主要演变因素为气候变化与人类活动。本文以现有的50年左右的水文资料,定量分析了气候变化和人类活动对地下水资源量演变的影响;定性分析了水资源开发利用等对地下水资源量演变的影响。通过研究可以定量分析下垫面条件的改变、灌溉方式的变更对地下水资源量演变的影响。针对安徽省淮北地区而言,随着人类活动影响的加大,地下水用水比例逐步提高、地下水用水量不断增加、地下水用水结构发生变化,对地下水资源及开发利用产生的影响越来越大。随着经济社会的发展和人们生活水平的提高,对水量的要求越来越多、对水质的要求越来越高,在地表水资源短缺的淮北地区研究人类活动对地下水资源量及开发利用的影响有着特别重要的意义。

参考文献:

- [1] 吴季松.现代水资源管理概论[M].北京:中国水利水电出版社,2002.
- [2] 陈家琦,等.水资源学概论[M].北京:水利水电出版社,1995.
- [3] 水利部水资源司,南京水利科学研究所.21世纪初中国地下水资源开发利用[M].北京:中国水利水电出版社,2004.
- [4] 安徽省·水利部淮委水利科学研究所.安徽省淮北地区浅层地下水资源调查评价报告[R].2004.10.